



Linnéuniversitetet

Kalmar Växjö

Självständigt arbete I, 15 hp

Skriftliga räknemetoder

*Hur de kan bearbetas i matematikundervisningen i
årskurs 1-3*



Författare: Linda Engqvist
Handledare: Peter Markkanen
Examinator: Annica Andersson
Termin: HT-14
Ämne: Matematikdidaktik
Nivå: Avancerad nivå
Kurskod: 4GN02E

Skriftliga räknemetoder

Hur de kan bearbetas i matematikundervisningen i årskurs 1-3

Computational strategies

How they can be processed in teaching of mathematics in grades 1-3

Abstrakt

Syftet med denna studie var att få djupare förståelse och kunskaper om hur skriftliga räknemetoder kan presenteras och bearbetas i matematikundervisningen. För att tillägna sig förståelse och kunskaper om detta fenomen genomfördes kvalitativa, semistrukturerade intervjuer bland lärare som har erfarenhet av att undervisa årskurs 3. Vid analysen skiljdes det relevanta ut från rådatan samt att en färgkodning skedde. Dessa sorterades och tre teman uppstod ur analysen, vilket blev grunden för resultatet. Resultatet visar att skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer används främst men även andra räknemetoder förekommer. Dessutom skiljer sig anledningar om varför de används vilket delvis påverkar förloppet av hur skriftliga räknemetoder bearbetas i undervisningen. Arbetet i klassrummet kan skilja sig till vissa delar, till exempel hur matematikböckerna används.

Nyckelord

skriftliga räknemetoder, matematikundervisning, beräkning

Tack

Jag vill tacka er alla som bidragit till att möjliggöra denna studie. Det inkluderar er informanter som varit villiga att ställa upp på intervju och ni studiekamrater som delgett era tankar och åsikter om förbättringar. Dessutom tackas handledare och examinatorn för ert stöd och ett extra tack tillägnas de som stöttade vid korrekturläsningen.

Linda Engqvist

Antal sidor: 30

Innehåll

1 Inledning	1
2 Bakgrund	2
2.1 Styrdokument	2
2.2 Definitioner	2
2.3 Skriftliga räknemetoder	3
2.3.1 <i>Bentleys (2011) räknemetoder</i>	3
2.3.2 <i>Standardalgoritmer</i>	5
2.3.3 <i>Skriftlig huvudräkning</i>	6
2.3.4 <i>Egna räknemetoder</i>	6
2.4 Undervisning	6
2.5 Förkunskaper	7
2.6 Sammanfattning av bakgrunden	9
3 Syfte och frågeställningar	9
4 Metod	10
4.1 Val av metod	10
4.2 Genomförande	11
4.2.1 <i>Urval</i>	11
4.2.2 <i>Förundersökning</i>	12
4.2.3 <i>Intervjuerna</i>	12
4.3 Bearbetning av data	13
4.4 Etiskt förhållningssätt	13
4.5 Kvalitetskriterierna	14
5 Resultat	15
5.1 Vilka räknemetoder används	15
5.1.1 <i>Skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer</i>	15
5.1.2 <i>Egna räknemetoder</i>	16
5.2 Varför används räknemetoderna	16
5.2.1 <i>För- och nackdelar</i>	16
5.2.2 <i>Skillnader mellan elever och uppgifter</i>	17
5.2.3 <i>Matematikboken</i>	18
5.2.4 <i>Styrdokument</i>	18
5.2.5 <i>Framtiden</i>	19
5.3 Hur bearbetas räknemetoderna	20
5.3.1 <i>Först genom förkunskaper</i>	20
5.3.2 <i>Arbeta vid tavlan</i>	21
5.3.3 <i>Konkret material</i>	21
5.3.4 <i>Matematikboken</i>	22
5.3.5 <i>Läxor</i>	22

5.4 Sammanfattning av resultatet _____	23
6 Diskussion _____	24
6.1 Metoddiskussion _____	24
6.1.1 Etiskt förhållningssätt _____	24
6.1.2 Kvalitetskriterierna _____	25
6.2 Resultatdiskussion _____	26
6.2.1 Vilka räknemetoder används _____	26
6.2.2 Varför används räknemetoderna _____	26
6.2.3 Hur bearbetas räknemetoderna _____	28
6.3 Avslutande reflektioner _____	29
6.4 Vidare forskningsområde _____	30
Referenser _____	I
Bilagor _____	III
Bilaga A Intervjuguide _____	III
Bilaga B Formellt mail _____	IV
Bilaga C Sammanställning av räknemetoder _____	V

1 Inledning

Inom skolväsendet har det genomförts stora undersökningar kring elevers matematikkunskaper som visar att den generella kunskapsnivån sjunker. TIMSS (Skolverket, 2008) är en av dessa undersökningar där två djupanalyser gjordes. Dessa visar bland annat att elevers prestationer har försämrats inom taluppfattning. I de nationella proven i matematik (Skolverket, 2013) har provresultaten visat att elever hade mest svårt med skriftliga räknemetoder, vilket är en del av taluppfattningen. Då TIMSS (Skolverket 2008) och de nationella proven visade bristande kunskaper inom områdena så anser jag att det är viktigt att forska kring dessa delar och undersöka hur undervisningen bearbetar dessa. Taluppfattning är ett stort ämne för att behandlas i en mindre studie så detta avgränsar det till att handla om skriftliga räknemetoder.

Anledningen till att jag valde att skriva om skriftliga räknemetoder handlar främst om den allmänna samhällsdebatten som rör kunskapsnivåerna i skolan. Detta belystes bland annat i tvprogrammet Kalla fakta (2014). Dessutom anser jag att jag hade en fallenhet och ett intresse för beräkningar. Eftersom jag själv inte har haft några större svårigheter för beräkningar gjorde det mig mer nyfiken över varför somliga inte kan befästa samma kunskaper lika lätt som jag gjorde. En grund till varför detta examensarbetet skrivs ligger i hur lärare arbetade med beräkningar på de verksamhetsförlagda utbildningsplatserna jag bevistat. På skolorna upptäcktes att elever hade svårigheter att lära sig hur de ska använda olika räknemetoder och lärarna hade olika sätt att hantera detta fenomen.

De skriftliga räknemetoder som kommer att behandlas i studien är de som i huvudsak sker i addition och subtraktion, eftersom elever för att nå kunskapskraven här kan välja att använda skriftliga räknemetoder med tillfredsställande resultat när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-200. I multiplikation och division finns däremot endast kravet att eleverna kan använda huvudräkning, alltså inte skriftliga beräkningar. De båda sistnämna räknesätten kommer således inte att behandlas i studien i någon större utsträckning.

För att syftet och forskningsfrågorna i studien ska klargöras fortsätter studien med en bakgrundsgenomgång.

2 Bakgrund

I bakgrunden redovisas inledningsvis vad som står i LGR11 (Skolverket, 2011) kring räknemetoder. Därefter definieras olika begrepp som har betydelse för studien och sedan beskrivs några räknemetoder som vanligtvis behandlas i undervisningen i Sverige. Bakgrunden avslutas med vilka viktiga aspekter det behövs ta hänsyn till i matematikundervisningen samt förkunskaper som behövs för skriftliga beräkningar.

2.1 Styrdokument

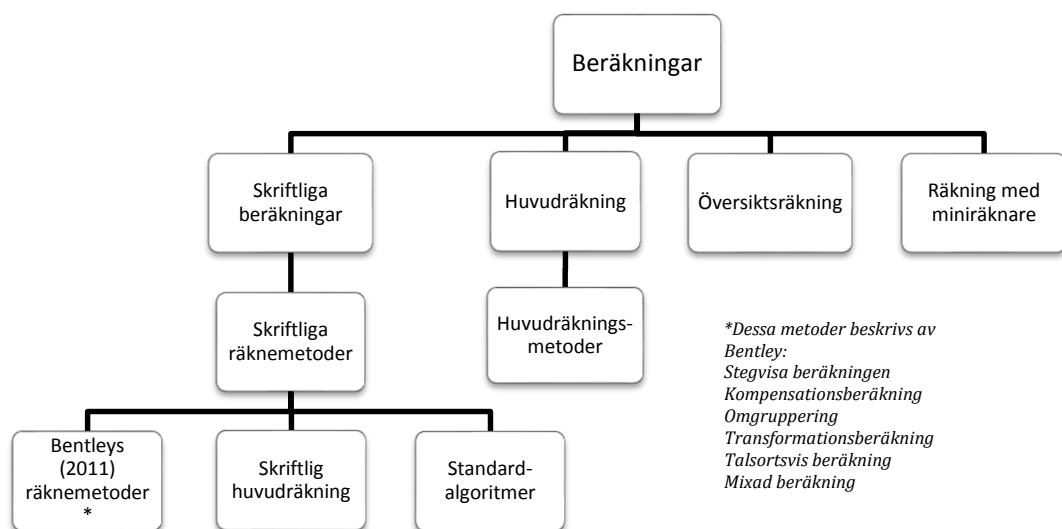
I tidigare läroplaner har fokus på beräkningar sett olika ut. I LGR80 var det mycket viktigt med beräkning där det lades betoning på just detta. Det framgår tydligt då räkning i LGR80 nämns 40-tal gånger medan det senare i LPO94 nämns endast tre gånger. Den främsta anledningen till att det har trappats ner i Lpo94 handlar om den ökande tillgängligheten på hjälpmedel såsom miniräknare och datorer. (Unenge, 1999).

I dagens läroplan LGR11 (Skolverket, 2011:63) står det i det centrala innehållet för årskurs 1-3 under rubriken *taluppfattning och tals användning* att ”centrala metoder för beräkningar med naturliga tal[...]vid beräkningar med skriftliga metoder” ska tas upp i matematikundervisningen. Det står inte utskrivet precist om vad som ska tas upp, men i kunskapskraven för årskurs 3 står det förtydligt att ”vid addition och subtraktion kan eleven välja och använda skriftliga räknemetoder med tillfredsställande resultat när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-200” (Skolverket, 2011:67). I kommentarmaterialet (Skolverket, 2011:15) förklaras det ytterligare om vad som innebär med *centrala* metoder. *Centrala* metoder innebär att elever ska kunna välja metod utifrån vad som passar i den ”givna situationen” men samtidigt ska metoderna vara så pass generella att de kan användas i nya situationer också och inte endast i en situation. I de senare årskurserna 4-6 står det i kommentarmaterialet (Skolverket, 2011) att det ska ske en utveckling där fler räknemetoder ska tas upp i undervisningen och fördjupas i dem samt att räknemetoderna kan användas i ett mer utvidgat talområde.

Bentley (2011) skriver att matematikundervisningen i årskurs 1-3 fokuserar främst på de delar som finns under *taluppfattning och tals användning* i läroplanen. Bentley påpekar att läroplanen har ändrats till att ha större fokus på matematik i vardagssituationer och att beräkningar ska kunna användas beroende på situationen. Thanheiser (2012) förklarar att innebörden av att förstå, till exempel räknemetoder, är att kunna veta vilken situation som kunskapen ska användas i och när det passar. Vidare förklaras när det gäller räknemetoder så måste eleven förstå varför de passar in i vissa kontexter. Det handlar inte bara om att sätta in det i nya kontexter utan dessutom veta om räknemetoderna behöver modifieras något eller om de kan användas likadant i alla kontexter.

2.2 Definitioner

Följande egenkonstruerade figur har ställts upp för att tydliggöra hierarkin om begreppen kring beräkningar som förekommer i studien (Figur.1).



Figur.1 Begrepp kring beräkningar

Begreppet beräkningar har delats upp i fyra områden som är kopplat till LGR11 (Skolverket, 2011) där det tas upp att metoderna ska läras ut i dessa fyra områden. Inom skriftlig beräkning finns det skriftliga räknemetoder. Dessa skriftliga räknemetoder som beskrivs i den här studien är samtliga metoder som Bentley (2011) förklarar samt skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer. Räknemetoderna har viss koppling till varandra och förklaras vidare i studien om hur de förhåller sig till varandra. I Figur 1 har det tagits med att huvudräkning har olika huvudräkningsmetoder. Dessa huvudräkningsmetoder har starka kopplingar till de skriftliga räknemetoderna, särskilt räknemetoden skriftlig huvudräkning. Anledningen till varför de har kopplingar till varandra förklaras vidare under rubriken 2.3.3 *Skriftlig huvudräkning*.

2.3 Skriftliga räknemetoder

Följande räknemetoder förutom standardalgoritmer och skriftlig huvudräkning är sammanfattade från Bentley (2011). De beräkningsexempel som följs därefter är egengjorda och är konstruerade utifrån de förklaringar som förekommer i Bentley (2011).

2.3.1 Bentleys (2011) räknemetoder

Den stegvisa beräkningen utgår från att steg för steg lägga till från den ena termen till den andra. I subtraktion går det att lägga till eller dra bort steg för steg. Den här metoden är effektiv vid mindre tal eller när det ska tas små steg, annars kan metoden ofta ses som ineffektiv. I det sista exemplet visas hur det läggs till i subtraktionen. Differensen blir de steg som har hoppats.

$$28+7 \begin{matrix} 2 & 5 \\ [28 \rightarrow 30; 30 \rightarrow 35] \end{matrix} =35$$

$$22-9 \begin{matrix} 2 & 7 \\ [22 \rightarrow 20; 20 \rightarrow 13] \end{matrix} =13$$

$$22-9 \begin{matrix} 1 & + & 10 & + & 2 \\ [9 \rightarrow 10; 10 \rightarrow 20; 20 \rightarrow 22] \end{matrix} =13$$

Kompensationsberäkning inleds med att en av termerna jämnas ut för att kunna se talet lättare och på så vis förenklas beräkningen. Exempelvis talet 68 hade jämnats ut till 70 som är det närmaste tiotalet. Sedan är det viktigt att kompensera i slutet av beräkningen, till exempel att om det lades till två så måste det sedan tas bort två.

$$68+17 = [68+2 =70; 70+17=87; 87-2] =85$$

$$37-15 = [37+3=40; 40-15=25; 25-3]=22$$

Omgruppering är nära besläktad till kompensationsräkningen, men innebär att termer kan delas upp för att förenkla uträkningen. I nedanstående exempel delas talet 17 upp med 15 och 2 då 15+5 blir enklare att räkna.

$$5+17 = [(5+15) +2 = 20+2]=22$$

Räknetoden *omgruppering* förklarar vad som händer när man gör en standardalgoritm, när man ska *växla upp* eller *växla ner*. Bentley (2011:126) har skrivit ett exempel med en standardalgoritm:

$$\begin{array}{r} 10 \\ 51 \\ -49 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$51-49=40+11-40-9=40-40+11-9=2$$

(Bentley:126)

Transformationsberäkning kan användas på två olika sätt beroende på om det är addition eller subtraktion. I addition handlar det om att först lägga till ett värde i första termen och dra ifrån samma värde i den andra eller vice versa. I subtraktion tas det bort eller läggs till lika stora värden i båda termerna. Att lägga till och dra ifrån kan ske i flera steg beroende på hur mycket uträkningen behöver förenklas.

$$46+25 = [(46 +4) + (25 - 4) = 50+21] = 71$$

$$54-36 = [(54-4) - (36-4) = (50-30) - (32-30) = 20-2] =18$$

Ett problem kan vara att versionerna blandas ihop. Ett exempel som Bentley (2011) tar upp är att 23-17=0. Då tänkte eleven att om tre ental tas bort från 23 och läggs till i talet 17 blir beräkningen 20-20=0.

Talsortsvis beräkning går att utföra på två olika sätt. I det första fallet räknas det vid addition och subtraktion utan växling. I den andra versionen används den endast i subtraktion där växling krävs. Det kan ofta vara svårt att identifiera vilket sätt som ska användas då det är svårt att förutse om växling sker eller inte.

Version 1:

$$54+32 = [50+30=80; 4+2=6; 80+6] = 86$$

$$65-31 = [60-30=30;5-1=4; 30+4] =34$$

Version 2:

$$45-28 = [40-20=20; 5-8=-3; 20-3] = 17$$

Det är ofta svårt för elever att ta till sig tankegången att differensen blir negativt, som ovanstående exempel visar. Istället beräknas talet så differensen blir positiv. I exemplet ovan hade det blivit $8-5=3$. Resultatet blir istället 3 vilket leder till ett inkorrekt resultat.

Mixad beräkning är en räknemetod vilket oftast fungerar som talsortsvis beräkning, men påminner också om kompensationsberäkning. Det kan utgå från att tiotalen subtraheras först följt av entalen i den andra termen av beräkningen. Sedan adderas den första termens ental.

$$72-36 = [70-30=40; 40-6=34; 34+2] = 36$$

2.3.2 Standardalgoritmer

Löwing (2008) beskriver att en algoritm är en strukturerad modell för att utföra beräkningar. Algoritmer kan se ut på olika sätt, men de som används idag bygger oftast på att skriva talen i ett strukturerat positionssystem och följs ofta av basen 10. Hedrén (2001) nämner begreppet *standardalgoritmerna* och menar att det innefattar de algoritmer som vanligen används i skolan idag bland de fyra räknesätten. Begreppet standardalgoritmer kommer användas i den här studien.

Exemplet nedan är självkonstruerat utifrån McIntosh (2008) och Löwings (2008) beskrivningar av standardalgoritmer. McIntosh (2008) beskriver att standardalgoritmer är utformade att utgå från det översta talet. Vid behov kan det växlas till exempel från ental till tiotal i addition då en kolumn överskrider talet 9. Vid växlingen får inte talens totala värden förändras. Löwing (2008) beskriver att då standardalgoritm tydligt ställs upp med ental under ental och tiotal under tiotal så utskiljs beräkningen till två stycken delberäkningar ($50+30$ och $4+6$). Då strukturen är tydlig gör det att tiotalen kan beräknas som om de vore ental (i exemplet skulle $50+30$ ses som $5+3$). Det rödmarkerade visar hur det växlas upp och växlas ner i standardalgoritmen.

	1		10
54	54	54	54
<u>+ 36</u>	<u>+ 36</u>	<u>- 36</u>	<u>- 36</u>
	90		18

McIntosh (2008) förklarar vidare att det ofta förekommer fel vid standardalgoritmer, utom i addition där fel förekommer sällan. De fel som kan uppstå med standardalgoritmer kan vara tabellfel, de blandar ihop regler, positionerna hamnar i fel ordning och i subtraktion att de subtraherar det minsta från det största talet oavsett standardalgoritmens struktur. Dessa fel kan ofta ha sin grund i bristande taluppfattning eller att beräkningar har skett mekaniskt där tanken med uppgiften är att fylla i svaret och gå vidare. Rockström (1991) påpekar att standardalgoritmer leder till bristande taluppfattning medan Löwing (2008) påstår att standardalgoritmer stärker taluppfattningen. Dessutom är fördelen med standardalgoritmer att de är effektiva och kan överföras till mer komplicerade tal och ändå användas med en liknande struktur.

2.3.3 Skriftlig huvudräkning

Enligt Rockström (2000:9) beskrivs skriftlig huvudräkning som en metod där tanken är att elever ”skriver ner sina huvudräkningstankar”. Hon tydliggör även att genom skrivning av mellanled så visar eleven sin tankegång vid beräkningen. Här nedan är två exempel på hur skriftlig huvudräkning används. Den första är med varje talsort, alltså ental och tiotal räknas för sig och den andra handlar om hur man genom att hitta kombinationer också kan ändra ordningen av termerna.

$$55+23=[50+20=80; 5+3=8; 80+8]=88$$

$$29+46+51+44=[(29+51)+(46+44)=80+90]=170$$

Det finns olika typer av mellanled och många utav dem kan kopplas till de flesta utav de räknemetoder som Bentley (2011) beskriver. Grundprincipen är att räkna varje talsort för sig, men det kan även förekomma att termerna ska öka/sänkas, ett tal ska flyttas över från en term till den andra och även jämna till en term för att sedan ta bort samma antal i slutet. Skillnaden mellan huvudräkning och skriftlig huvudräkning är att beräkningarna i huvudräkning endast sker i huvudet medan skriftlig huvudräkning innebär att de tankegångar som sker i huvudet får till exempel skrivas ner. Rockström (1991) påpekar att skriftlig huvudräkning kan vara ineffektiv och ta tid att räkna med i jämförelse med standardalgoritmer. Fördelen med skriftlig huvudräkning är däremot att taluppfattningen stärks enligt Rockström (1991).

Hedré (2001) anser att standardalgoritmer och huvudräkning kan ses som två poler med en övergång mellan dem. Till exempel så kan vissa beräkningar ske med huvudräkning när det gäller enklare tal. Blir talen för stora och komplicerade så kan elever till exempel göra lite stödanteckningar utan att göra standardalgoritmer. När det sker stödanteckningar till huvudräkningen så betyder det att eleven räknar med skriftlig huvudräkning enligt Rockström (2000). Det betyder att övergången mellan huvudräkning och standardalgoritmer skulle kunna definieras som skriftlig huvudräkning.

2.3.4 Egna räknemetoder

Carpenter (1998) har medverkat i en långtidsstudie där elever studerades kring hur de utvecklade sin förståelse kring beräkningar. Studiens resultat visade att när elever kommer på egna räknemetoder så visar detta på många fördelar. Exempel på det som visas är att eleverna har större förståelse kring metoderna samt att de är mer flexibla och kan lättare använda räknemetoderna i nya typer av situationer.

Det gjordes jämförelser mellan de som kom på egna räknemetoder och de som gjorde standardalgoritmer. Det visade sig att färre gjorde systematiska fel vid egna räknemetoder. Det som oftast karakteriserade eleverns egna räknemetoder är att de är nära förknippade med de metoder som används vid huvudräkning och skrivs horisontellt mer än att de ställs upp vertikalt. Med de karaktärsdragen som Carpenter (1998) förklarar liknar de till vis del beskrivningen som Rockström (2000) gör av skriftlig huvudräkning.

2.4 Undervisning

Malmer (2002) beskriver kort hur undervisningen bör utformas för att främja lärandet. Hon påstår då att matematikboken kan göra eleverna stressade då den används som ”måttstock” och där det används mest siffror och symboler istället för att utgå ifrån det

konkreta. Löwing (2008) och Malmer (2002) beskriver båda två vikten av att utgå från konkreta förklaringar i undervisningen för att eleven sedan ska kunna ta till sig abstrakta begrepp och lära sig dem. Malmer (2002) poängterar att matematiska begrepp måste vara grundade på förståelse innan ”symbolframställningen” förekommer. Lärarens flexibilitet är en viktig faktor då elever är olika vilket kräver en mer individanpassad undervisning för att främja lärandet. Däremot påstår Löwing (2004) att hastighetsindividualisering innebär att lärare tar mer hänsyn till elevers arbetshastighet än att utgå från mål, förkunskaper och förmågor vilket inte främjar lärandet i lika stor utsträckning.

Kommunikation är viktigt inom matematikundervisningen enligt Löwing (2008) som beskriver hur flera olika typer av kommunikationer sker parallellt. Den första och viktigaste kommunikationen är den mellan lärare och elev. I Löwings (2004) avhandling beskriver hon hur informanterna i hennes studie använde en terminologi som uppfattades som oklar, vilket eleverna också använde sig utav. På grund av detta kunde det ofta leda till missförstånd. Det betyder alltså att enligt Löwing (2008) att de begrepp som läraren använder kommer eleven ta till sig och bygga sin kommunikation på. Då är det viktigt att läraren använder de korrekta begreppen så eleverna lär sig det matematiska språket. Löwing (2008) beskriver kommunikationen mellan elev och läromedel, vilken är den vanligaste kommunikationen i matematikundervisningen. Det ställer krav på att eleverna delvis kan läsa och har tillräckligt med förkunskaper inom kunskapsområdet för att lösa uppgifterna. Därefter beskriver Löwing kommunikationen som sker mellan föräldrar och elever i samband med till exempel läxor. Problematiken kan vara att föräldrarna inte har kunskaper om räknemetoderna som undervisas i skolan vilket kan leda till att föräldrarna inte kan stötta eleven.

2.5 Förkunskaper

McIntosh (2008) påpekar att innan elever utför skriftliga beräkningar bör de tillägna sig kunskaper som berör god taluppfattning. God taluppfattning innefattar en känsla för tal och relationerna mellan tal. Hedrén (2001) sammanfattar åtta kategorier om vad god taluppfattning innebär. Fyra av dem är relevanta för inläringen av huvudräkning och för skriftliga beräkningar, utom standardalgoritmer. Dessa är *Förståelse för tals betydelse och storlek*, *Förståelse för likvärdiga uttryck för tal och för olika sätt att avbilda tal*, *Kännedom om tals delbarhet* och *Förståelse för användning av räknelagarna*. Dessa kategorier beskrivs härnäst.

Förståelse för tals betydelse och storlek handlar mest om positionssystemet men även hur till exempel talet 198 är ett stort tal. Det hänger nära ihop med *Förståelse för tals relativa storlek* som betyder att 198 är nästan lika stort som 200. På så vis är det lämpligt vid överslagsräkning att istället göra om talet till 200 då beräkningen förenklas. *Förståelse för likvärdiga uttryck för tal och för olika sätt att avbilda tal* betyder att tal kan skrivas om genom olika uttryck. Hedrén (2001:138) har föreslagit $48+7$. Det uttrycket kan skrivas om som $48+2+5=50+5$. Det visar att uttrycken kan göras om så de blir enklare och tydligare. Det hänger ihop med *Kännedom om tals delbarhet* att eleverna vet att om talet 7 delas med 2 och 5 så passar $48+2$ bra ihop. *Förståelse för användning av räknelagarna* är viktigt redan från början då den kommutativa lagen används. Det betyder till exempel att $2+7=7+2$. Det är en av de lagarna som senare kan underlätta för större och mer komplicerade tal, till exempel. inom algebra.

Positionssystemet är en del i taluppfattningen som är viktig att förstå vid beräkningar i

allmänhet. I de flesta skriftliga beräkningar utnyttjas positionssystemet då man kan räkna talsorterna var för sig (Hedré, 2001).

Hedré (2001) förklarar huvudräkningens betydelse för skriftliga beräkningar. Huvudräkning ett grundläggande sätt att räkna i de fall inga hjälpmedel finns att tillgå. Att räkna med Huvudräkning kan påverka de skriftliga beräkningarna, men också vice versa enligt Whitacre (2014). Beroende på vilken räknemetod som används så påverkas flexibiliteten i huvudräkning, alltså om den som räknar håller sig fast vid samma metod eller kan använda olika sätt att tänka. Däremot är det viktigaste med huvudräkning, som förkunskap, att deluträkningar görs genom huvudräkning. Deluträkningarna är nära förknippade med de grundläggande tabellkunskaperna.

Den tredje faktorn som är viktig innan elever utför skriftliga beräkningar är att automatisera de grundläggande tabellkunskaperna. I till exempel addition handlar det om talen noll till tio där talen adderas i olika kombinationer. Kombinationerna är från 0+0 till 10+10 med tillhörande summor (McIntosh, 2008). Hedré (2001) lyfter fram hur nödvändiga tabellerna är vid beräkning, även om de i många fall inte har undervisats i klassrummet med undantag för multiplikationstabellen. Då människors arbetsminne är begränsat är det viktigt att vissa beräkningar blir automatiserade för utförande av mer komplicerade beräkningar. De beräkningar som då är viktigast att automatisera är de uttryck som finns i tabellerna för varje räknesätt.

Bentley (2011) skriver att talfakta är förkunskap som måste utvecklas. I projektet Lilla Edet, där över 500 elever har intervjuats, visade att de elever som gjorde flera återupprepade misstag inte hade utvecklat denna förkunskap. Talfakta är starkt förknippat med tabellkunskaperna och handlar om hur tabellerna och deras svar lagras i långtidsminnet för att sedan kunna ”hämtas där av arbetsminnets komponenter”(s.128). De elever med utvecklad talfakta utförde inga misstag med de räknemetoder som Bentley beskriver.

Rockström (2000) betonar att förutom taluppfattning, positionssystemet och tabellkunskaper så behövs förkunskaper om likhetstecknet för att klara av skriftliga beräkningar, särskilt skriftlig huvudräkning. Hon menar på att de flesta misstagen begås genom att likhetstecknet missbrukas trots att tankesättet är rätt i uträkningen. Likhetstecknet är en viktig förkunskap därför att det är med dess hjälp som förenklingar och mellanled görs.

Löwing (2006) förklarar att förkunskaper är av stor betydelse för inläringen vilket betyder att läraren behöver ha kontroll över dessa. De lärare som ofta saknade förkunskaperna var de som i princip hade ”överlämnat planeringen åt läromedelsförfattarna” (s.197). Löwing (2006:197) citerar en lärare från hennes studie som ofta uttryckte sig så här:

Ni är fortfarande en del som arbetar med bråk...Ni kan hoppa och gå till procent för att klara planeringen. (Löwing, 2006:197)

Hon förklarar vidare att det kan ofta handla om att klara av planeringen snarare än att lära sig någonting. Detta leder till *förkunskapsproblem* (egen kursivering).

2.6 Sammanfattning av bakgrunden

I LGR11 (Skolverket, 2011) skrivs det att skriftliga räknemetoder ska tas upp i undervisningen. Skriftliga räknemetoder kan delas upp i flera olika metoder. Räknemetoder som beskrivs är Bentleys (2011) olika metoder samt standardalgoritmer och skriftlig huvudräkning. Dessutom beskrivs det kort om elevers egna räknemetoder. Därefter belyses viktiga delar som lärare bör ta hänsyn till i undervisningen samt olika förkunskaper som behövs för att behärska olika skriftliga räknemetoder.

Genomgången av bakgrunden visar delar av komplexitet kring skriftliga räknemetoder. Detta leder oss till syftet och frågeställningarna för denna studie.

3 Syfte och frågeställningar

Syftet är att få en djupare förståelse och kunskap om hur skriftliga räknemetoder kan presenteras och arbetas med i matematikundervisningen i årskurs 1-3.

Utifrån detta syfte har följande frågeställningar formulerats:

- Vilka skriftliga räknemetoder tas upp och bearbetas i undervisningen?
- Varför bearbetas just dessa skriftliga räknemetoderna?
- Hur bearbetas dessa skriftliga räknemetoderna i undervisningen?

4 Metod

Metodavsnittet börjar med att förklara varför studien har kvalitativ inriktning som grund och varför intervju har valts som metod. Därefter beskrivs urvalet, genomförandet av intervjuerna samt om hur materialet har analyserats. Avslutningsvis beskrivs det etiska förhållningssättet samt om de olika kvalitetskriterierna.

4.1 Val av metod

Då studien syftar till att ge en djupare förståelse kring skriftliga räknemetoder så valdes kvalitativ inriktning. Detta val sågs som mest naturligt då studien går på djupet om tankar och åsikter hos människor, i detta fall lärare. Bryman (2011) påpekar att skillnaden mellan kvalitativ och kvantitativ inriktning gäller synen på ”förhållandet mellan teori och praktik” (s.340) där den kvalitativa inriktningen har en mer induktiv syn. Om det istället hade valts en kvantitativ inriktning hade studien inte fått samma djup utan mer en bredare kunskap om hur de flesta lärare arbetar i klassrummet och förmodligen hade syftet inte kunnat bli besvarad till fullo då det förekommit en mer deduktiv syn.

Kvale och Brinkmann (2014) anser att kvalitativ intervju kan vara en lämplig metod för att studera människors erfarenheter. Detta är den främsta anledningen till att kvalitativa intervjuer har gjorts då syftet utgår från lärares erfarenheter av att presentera och arbeta med skriftliga räknemetoder. Observation är också en metod som Kvale och Brinkmann (2014) lyfter fram som lämplig för att studera erfarenheter. Däremot är den ej lämplig i den här studien på grund av tidsbrist samt för osäkerheten att utföra observationer när klassen arbetar med skriftliga räknemetoder. Det skulle krävas att veta i förväg om läraren bearbetade skriftliga räknemetoder vid observationstillfället. Nackdelen med kvalitativ intervju är att många krav ställs på intervjuaren. Kvale och Brinkmann (2014) skriver att exempel på detta är hur frågorna ställs, förhållningssättet och kunna ställa eventuella följdfrågor som dyker upp. Det innebär att hur ens egna omdöme och färdigheter är som intervjuare spelar roll för hur god kvalitén är på intervjun. Samtidigt skrivs det också att ”konsten att intervjuar lär man sig genom att utföra intervjuer” (s.33) Detta gjorde att det valdes att göra en provintervju för att få lite övning samt att testa om intervjufrågorna håller.

Bryman (2011) beskriver tre olika typer av intervjuer; strukturerad, semistrukturerad och ostrukturerad intervju. I den här studien har det utgått från en semistrukturerad intervju. Denna intervjutyp fungerar bäst för den här studien då det är ett mellanting mellan strukturerad och ostrukturerad intervju. En ostrukturerad intervju kan vara svårt att analysera senare då den typen inte behöver ha någon specifik struktur samt att det kan vara svårt som intervjuare att hålla reda på om forskningsfrågorna verkligen blir berörda. En strukturerad intervju hade inte heller passat in då intervjutypen för mycket liknar en enkät då frågorna är slutna och oftast är det färdiga svarsalternativ som gör att informanterna inte kan svara tillräckligt fritt. Detta kan medföra markant påverkan på hur forskningsfråga tre blir besvarad.

Då studien har utgått från en semistrukturerad intervju, innebär det att en intervjuguide (Bilaga A) har konstruerats. En intervjuguide är en vag term enligt Bryman (2011) men kan ses som en minneslista över de frågor som ska ställas. Frågorna i den här studiens intervjuguide består av öppna frågor och fungerar som ett stöd för intervjun. Frågorna är också konstruerade efter respektive forskningsfråga. Forskningsfrågorna två och tre har

bytt plats efter intervjuernas utförande, men intervjufrågorna har inte ändrat ordning. I intervjuguiden har inte bakgrundsfrågorna skrivits med. Dessa frågor handlar om hur länge läraren har varit aktiv som lärare samt vilket år hen tog examen. Enligt Bryman (2011) är det intressanta med dessa frågor att de kan vara av betydelse vad gäller att sätta in informantens svar i en kontext. Frågorna kan också ha betydelse för vidare diskussion. Här används de tydligt vid presentationen av informanterna. Till intervjun ställdes också frågan ”vad händer i klassen just nu i matematik?” där syftet var att börja intervjun med en öppen och mer avslappnad fråga. Exempel på följdfrågor som ställdes, främst i samband vid själva intervjutillfällena, är ”varför/varför inte?”, ”hur menar du då?” och ”kan du ge ett mer konkret exempel?”. Det var inte självklart från början att alla dessa frågor skulle ställas utan de kunde bero på situationen. Den första och tredje följdfrågan var konstruerad och uttänkt på förhand. Dessutom tänktes det i konstruktionen av frågorna att de inte skulle vara ledande, till exempel att någon skriftlig räknemetod skulle föredras. Detta var även viktigt att tänka på vid själva genomförandet av intervjun då de olika räknemetoderna diskuterades.

4.2 Genomförande

4.2.1 Urval

Då det var svårt att få tillgång på lärare i årskurs 3 på grund av att de till exempel var upptagna av andra uppdrag, så ändrades kriteriet att även omfatta dem som hade erfarenheter från undervisning i denna årskursen. Anledningen till att årskurs 3 valdes som utgångspunkt för studien var att läraren förmodligen hade hunnit med att bearbeta eller arbetar fortfarande med skriftliga räknemetoder. Lärarna i studien hade också kravet på sig att de skulle vara legitimerade för att påvisa att de är utbildade. Detta var ett viktigt krav för att stärka kvalitén i studien.

I studien har sju lärare från fyra olika skolor intervjuats. Bland lärarna arbetar alla i årskurs 3 förutom två av lärarna som för tillfället arbetade i årskurs 1 respektive årskurs 2. Bryman (2011) beskriver om begreppet bekvämlighetsurval där urvalet bestäms utifrån vilka som är lättillgängliga för forskaren. Med tanke på detta samt möjligheterna för att få intervju så utvaldes lärare som forskaren tidigare varit i kontakt med i olika sammanhang, bland annat med verksamhetsförlagd utbildning. Då nästan ingen utav de tillfrågade lärarna hade möjlighet att delta så utökades urvalet varvid fler accepterade att ställa upp. Ett par av lärarna som ställde upp på intervju var lärare som hade hört talas om studien under tiden jag var närvarande på skolorna och hade således inte fått mailet i förväg.

Intervjuerna ägde rum, som tidigare framgått, på fyra olika skolor. Först var tanken att intervju på så många olika skolor som möjligt, för att studien skulle hålla god kvalitet och att det eventuellt skulle kunna ske en diskussion kring skillnader och likheter. Då endast ett fåtal informanter ville ställa upp från början så föll denna tanken. I slutändan genomfördes intervjuerna på fyra skolor, vilket är ett acceptabelt antal för att kunna göra jämförelser mellan dessa skolor. Däremot kändes det inte som tillräckligt många för att kunna överföras till en större skala, vilket speglar kriteriet överförbarhet som beskrivs senare i studien. Här nedan avslutas stycket med en tabell över de informanter som deltagit i studien (Tabell.1).

Informanternas Namn	Examensår	Aktiv som lärare
Lärare A	2006	3 år
Lärare B	2004	9 år
Lärare C	1979	32 år
Lärare D	2008	5 år
Lärare E	1991	22 år
Lärare F	2014	½ år
Lärare G	1988	15 år

Tabell.1 Sammanställning av informanter

4.2.2 Förundersökning

För att testa intervjuguiden och för att få ytterligare erfarenhet kring att intervjua så utfördes en provintervju. Syftet med undersökningen korrigerades något efter denna intervjun vilket ledde till att även intervjuguiden fick korrigeras. Förändringen blev att intervjuguidens första fråga tillfördes. Tidigare berördes den inte enskilt utan vävdes till viss del in i de andra frågorna.

Trost (2010) påpekar att om en provintervju inte har för stora brister vid utförandet så kan de delvis användas i studien. Detta har gjorts då det finns insamlad data som är av värde för studien. Eftersom inga större ändringar gjordes och inga andra komplikationer skedde under intervjun så kunde intervjun analyseras och föras in bland resultaten.

4.2.3 Intervjuerna

Först skickades det ut ett formellt mail till lärarna (Bilaga B). Mailet var tänkt att inte förklara för mycket om vad studien handlade om, men tillräckligt för att lärarna skulle få en bild om syftet. Det förklarades därför att studien handlade om räknemetoder i matematik. Valet att inte beskriva vidare om vilka frågor som skulle ställas var att syftet vid denna tiden fortfarande behövde finslipas. Dessutom var intervjuguiden inte helt färdigställd samt att lärarna skulle lättare kunna svara utifrån vad de tyckte och inte vad de trodde att jag ville ha för svar.

Tid bestämdes i samtycke med informanterna och intervjuerna skedde på skolorna där informanterna jobbade. Innan intervjuerna så påmindes det en extra gång om deras anonymitet och att intervjun endast kommer användas i forskningssyfte. Detta gjordes särskilt markerat för de informanter som kände sig tveksamma samt för dem som ställde upp medan jag besökte skolorna. Det frågades också innan intervjun om det tilläts att spela in, då allt som sägs kan tillföras databearbetningen, istället för att anteckna med penna och papper. Alla informanter godtog detta.

Vid intervjuerna följdes intervjuguiden till stor del. Vid samtliga tillfällen ställdes extra frågor beroende på sammanhanget i intervjun, som bland annat rörde additionstabellen och om förkunskaper kring skriftliga räknemetoder. Däremot så byttes aldrig samtalsämnet kring skriftliga räknemetoder utom vid ett par tillfällen då informanterna ville prata lite om andra delar i matematiken också. Istället för att avbryta så tilläts det för informanten att prata ut och de flesta av de tankar som uttrycktes var intressanta, men ej relevanta för denna studien. Trost (2010) påpekar att intervjuaren aldrig bör avbryta informanten utan låta hen ta sin tid och paus om det behövs. Det kan ofta vara till fördel att i vissa stunder bli lite tyst. Det viktigaste när intervjuaren är tyst är att

fortsatt vara uppmärksam och lyssna. I det här fallet gav det ofta positiv effekt då informanten tillade tankar som förmodligen annars inte hade kommit fram i intervjun.

Efter att ha tackat informanterna för intervjuerna så genomfördes det en kontroll av inspelningarna så allt kommit med inför bearbetning av rådatan.

4.3 Bearbetning av data

Då det var en stor mängd data för en enda person att transkribera så transkriberades endast de viktigaste delarna som kom upp samt särskilda citat som kändes relevanta för stunden. Intervjuerna skrevs sedan ut i pappersformat. Kvale och Brinkmann (2014) påpekar att det är viktigt att vara medveten om varför intervjuer ska översättas från tal till skriftspråk då det tar lång tid att utföra transkriberingar. Dessutom försvinner oftast delar som kroppsspråk och tonfall vid utskrift. Däremot så är det lättare att göra kodning och analysera materialet efter transkriberingen och man blev som forskare mer medveten om vad som verkligen sades vid intervjuerna. I den här studien kom det att ske kodning utifrån kvalitativ innehållsanalys.

Kvalitativ innehållsanalys är enligt Bryman (2011) när fokus läggs på att låta kategorier skapas utifrån den data som samlats in och utgå från den kontext som är i intervjun. Först färgkodades materialet utifrån hur vissa signalord som informanterna mera frekvent uttryckte sig. Vid färgkodningen skiljdes det relevanta ut från rådatan. Respektive forskningsfråga fick varefter var sin egen färg. Det föreföll enkelt att dela upp den relevanta datan då frågorna i intervjuguiden redan är uppdelade efter respektive forskningsfråga (Bilaga A). Därefter klipptes de färgkodade meningarna och sorterades vilket ledde till tre teman. Dessa teman var till viss del uttänkta på förhand då det utgick från forskningsfrågorna. Underrubriker tillkom och de kunde inte förutses.

Att klippa och sortera underlättade för att kunna urskilja mönster och ändå kunna inrikta sig mer på vad som sades än vem som sade det. I transkriberingarna skrevs det med vilken tid i intervjun som uttalandena sades, vilket gjorde det lättare att återgå att se vem som sade vad samt att kunna se kontexten och eventuellt dra ut ytterligare citat. Lantz (2013:157) beskriver att genom att sammanställa datan och leta efter mönster så är det sedan "möjligt att 'lyfta' sig från delarna och närma sig det som karaktäriserar helheten". Det är alltså genom delarna som det är möjligt att kunna se helheten. Helhetens sågs också genom att gå tillbaka i texten och sätta in citaten i kontexten.

Fördelen med att färgkoda och klippa ut märktes då resultatavsnittet var lättare att konstruera och att det tog kortare tid än beräknat. Resultatet blev uppdelat i tre stora teman som representerar respektive forskningsfråga och har i sin tur olika underrubriker som framträdde tydligt under analysen. Det förklaras vidare i resultatavsnittet.

4.4 Etiskt förhållningssätt

För att kunna genomföra studien så tänktes det extra noga kring det etiska förhållningssättet. Vetenskapsrådet (2006) beskriver att forskare har ett krav att kunskaper ska fördjupas och att utveckla metoder men samtidigt måste forskare förhålla sig till individskyddskravet. Detta krav kan sammanfattas som fyra allmänna huvudkrav och kallas *informationskravet*, *samtyckeskravet*, *konfidentialitetskravet* och *nyttjandekravet*. Dessa krav beskrivs nedan och är refererade till Vetenskapsrådet (2006).

Informationskravet innebär att syftet med studien informeras för informanterna. I den här studien skickades det ut ett mail (Bilaga B) om att studien skulle handla om hur lärare undervisar om räknemetoder.

Samtyckeskravet innebär att informanterna får möjlighet att bestämma om de vill medverka i en studie. I denna studien har ingen tvingats till intervju utan informanterna har fått delta frivilligt och dessutom fått medverka i att bestämma tid som passar dem bäst om de ville ställa upp. Trost (2010) poängterar att det måste finnas en balans i att få övertala om en intervju och samtidigt respektera integriteten hos dem som tillfrågas, vilket det har tänkts på i den här studien genom att endast skicka via mail.

Konfidentialitetskravet handlar om att informanternas svar och uppgifter ska behandlas och presenteras anonymt i studien. Detta informerades det kort om i mailet och påpekades direkt innan intervjun påbörjades. Trost (2010) påpekar också att det är svårt att intervjua personer som befinner sig på samma plats då det lätt kan identifieras vilka som har intervjuats. Det är upp till intervjuaren att anonymisera så mycket som möjligt.

Nyttjandekravet avser att informanternas svar endast ska användas i forskningssyfte vilket det har gjorts i den här studien och informerades ytterligare direkt före intervjun påbörjades.

4.5 Kvalitetskriterierna

Det kvalitetskriterium som främst kommer diskuteras handlar om tillförlitlighet som är ett kriterium inom kvalitativ inriktning. Tillförlitlighet har fyra delkriterier som forskare ska försöka uppnå i en studie. Kriterierna är *trovärdighet*, *pålitlighet*, *överförbarhet* och *möjlighet att styrka och konfirmera*. Förklaringarna till kriteriernas innebörd är refererade till Bryman (2011) som har gjort en tolkning av Gube och Lincoln (1994, 1985).

Trovärdighet i den här bemärkelsen handlar om hur andra människor avgör hur pass en beskrivning kan anses som sann. Det här kriteriet kan förstärkas genom responsvalidering. Det innebär att informanternas svar bekräftas av dem själva genom intervjuarens tolkning. I den här studien har forskaren tolkat informanternas svar vid slutet av varje intervju och informanterna fick bekräfta utsagan och i vissa fall förtydliga den. Triangulering är ett annat sätt för att stärka trovärdigheten då flera olika metoder används. Detta har inte använts i studien på grund av tidsskäl och förmodligen tillägnas inte någon mer djupare förståelse. Däremot så intervjuades flera personer från olika skolor vilket kan stärka trovärdigheten.

Pålitlighet handlar om hur studien är noggrant utförd och hur tillvägagångssätten är fullständigt redogjorda. Det är svårt att argumentera för om det har uppfyllts då det beror på hur läsarna gör sin tolkning. Det som kan påpekas är att det har redogjorts för de fram- och motgångar som skett under studiens gång. I kapitlet *6.1 Metoddiskussion* sker en längre redogörelse kring svårigheterna i forskningsprocessen med fokus på syftet.

Överförbarhet handlar om hur pass resultaten kan överföras till en annan miljö eller skala. Överförbarhet i kvalitativ inriktning fokuseras på hur fylliga och detaljerade beskrivningarna är i intervjuerna. I denna studien ställdes en hel del följdfrågor och det bads ofta om att informanten skulle förklara mer kring anledningarna som förekom. På

så vis blev beskrivningarna mer detaljerade. Överförbarhet kan tolkas som att det ska göras så många intervjuer som möjligt, men det tillhör mer ett kvalitetskriterium inom kvantitativa inriktningen. I den här studien har det skett tillräckligt många intervjuer för att jämföras med varandra, men inte till att överföras till en större skala.

Möjlighet att styrka och konfirmera är det fjärde delkriteriet inom tillförlitlighet och innebär att personliga värderingar inte ska påverka slutsatserna i studien utan forskaren ska ha "agerat i god tro" (Bryman, 2011:355). Det går inte att vara fullt objektiv som forskare, men bör vara så pass objektiv att resultaten går att konfirmera. Att avgöra detta överläts till dem som granskar studien och läser studiens rapport. Det som skrivits tidigare om intervjuguiden är att det tänkts kring att inte använda ledande frågor, vilket kan kopplas till detta stycket då ledande frågor förmodligen påverkats av egna personliga värderingar.

5 Resultat

Resultatet har delats upp i tre stora teman som kom ur analysen där varje tema består av underrubriker. Varje tema är kopplat till respektive forskningsfråga. Första temat handlar om vilka räknemetoder som används. Andra temat berör anledningar till varför vissa räknemetoder bearbetas och det sista temat handlar om hur räknemetoder bearbetas i undervisningen.

5.1 Vilka räknemetoder används

5.1.1 Skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer

De räknemetoder som hälften av informanterna i årskurs 3 använde i undervisningen var räknemetoderna skriftlig huvudräkning och algoritmer. I stora drag börjar eleverna räkna först med skriftlig huvudräkning och går sedan över till att använda båda räknemetoderna eller endast algoritmer.

Vi körde först skriftlig huvudräkning ett tag och sen tog vi uppställningen, redan i tvån gick vi igenom det.

Lärare E

Hos Lärare A använder de fyra olika räknemetoder där tre av dem är mellanled och en är algoritmer. Hen visar en sammanställning av räknemetoderna (Bilaga C). Det förklaras sedan i intervjun att mellanleden de använder är av samma betydelse som skriftlig huvudräkning, men används på olika sätt.

Man kan räkna ut talen på olika sätt. Så här har vi kommit fram till fyra olika om hur man kan räkna ut ett plustal.

Lärare A

Några informanter beskriver att elever använder den stegvisa beräkningen istället för att de ska beräkna mellanled med talsorterna för sig, då det i vissa fall kan bli krångligt. Detta är i situationer då talen i beräkningarna befinner sig nära varandra.

Då har jag alltid haft den där kassörskemetoden eller vad de kallar den för, man räknar upp från ett tal till ett annat.

Lärare C

I resterande hälften av klasserna bearbetas endast standardalgoritmer i matematikundervisningen. Det ses som en given räknemetod att användas då motsatsen vore att arbeta med skriftlig huvudräkning som skriftlig räknemetod.

Då har vi jobbat med algoritmer. Jag har valt det sättet istället för mellanled för det har vi inte jobbat med.

Lärare D

5.1.2 Egna räknemetoder

I en del av klasserna finns det några elever som skapar egna räknemetoder som de delvis använder i undervisningen. Dessa räknemetoderna visar sig oftast när eleverna använder sig av huvudräkning men sker också vid skriftliga beräkningar.

Det allra bästa är ju att de kommer på dem själva [...] och får man fatt på dem så brukar jag köra upp dem på tavlan.

Lärare F

5.2 Varför används räknemetoderna

5.2.1 För- och nackdelar

Många utav anledningarna till varför vissa räknemetoder används mer beror enligt informanterna på de för- och nackdelar som förekommer bland dem. De för- och nackdelarna är baserade på skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer. Fördelarna med skriftlig huvudräkning är att lärarna lättare ser om eleverna besitter matematisk förståelse samt att eleverna utvecklar särskild förståelse för positionsystemet. Elevernas huvudräkning förbättras också med räknemetoden. Då förståelsen blir bättre med skriftlig huvudräkning så är detta ett argument för att först behandla skriftlig huvudräkning tidigare än standardalgoritmer.

Det är bra med detta och har säkert tryckt på det innan i alla fall att man ska använda det sättet är för förståelsen för hundratal och tiotal blir bättre med skriftlig huvudräkning.

Lärare B

Däremot är nackdelarna med skriftlig huvudräkning att räknemetoden oftast blir rörig då mellanleden oftast blir långa och krångliga. Några informanter påpekar att detta är en särskild problematik för elever i matematiksvårigheter. Dessutom är räknemetoden särskilt svår vid subtraktion då det kan förekomma plus-tecken i mellanleden. Det är svårt för eleverna att veta när det ska skrivas plus-tecken då de oftast tänker att det endast ska stå minus-tecken i subtraktionuppgifter oberoende av vad som står.

Det är lättare för dem att det råkar bli fel när de ska skriva så länge och då blir det fel när de räknar med subtraktion på skriftlig huvudräkning så kan det ibland bli ett plus där i mellanledet. [...] i addition där så funkar det ju jättebra att skriva så, det är inget svårt.

Lärare B

Fördelar med standardalgoritmer är att eleverna oftast upplever dem som enklare och smidigare när uträkningarna inte blir höga då alla talsorterna oftast ses som ental. Sedan får eleverna en tydlig struktur och de behöver endast förstå de viktigaste principerna

med räknemetoden och samtidigt få ett tillfredsställande resultat.

Men de behöver inte fatta det fullt ut för får du bara reda på 'ställ upp' talet så kan man det. Och det är ju bra, beräkningen blir inte fel.

Lärare G

En stor risk med standardalgoritmer är elevers brist på förståelse vilket kan leda till en mekanisk inläring. Om det däremot har arbetats med skriftlig huvudräkning tidigare eller att det förklaras tydligare om vad som händer i standardalgoritmen så är risken mindre sannolik att den uppstår. Lärare E betonar också att taluppfattningen måste utvecklas för att kunna förstå algoritmräkningen.

Det som är väl negativt med just algoritmräkning det är väl att de inte förstår vad det är de gör, om man inte har taluppfattning klar för sig. Därför tycker jag att man bör kunna detta innan. Man måste veta att detta betyder hundratal, tiotal och ental, annars blir det bara mekanisk räkning.

Lärare E

En svårighet med algoritm är när det gäller växling då eleverna kan göra fel med att inte veta var minnessiffran ska skrivas samt i vilken rad den ska placeras i. Eleverna kan ha problematik med positionssystemets funktion i standardalgoritmer.

Svårigheten när de ställer upp det är ju att veta var de ska sätta tiotalssiffran som nio plus fem att det blir fjorton så vet de inte var de ska sätta ettan. För det är för att de glömmer att det är tioalet och ska stå i tiotalraden.

Lärare A

Sedan kan andra systematiska och tekniska fel uppstå då eleverna inte vet vilken ordning talen ska beräknas genom samt vilket håll det ska räknas på. Ofta kan det uppstå att talen byter plats eller sätts fel i standardalgoritmerna.

Och det måste de ju också veta att 2-8 går inte. Det finns ju många barn som går uppifrån då och tar 8-2 istället. Det är vanligt med barn som inte riktigt har kläm på denna.

Lärare E

Det finns stora fördelar med att eleverna kommer på egna räknemetoder och även fördelar med att eleverna tänker olika bland räknemetoderna. Fördelen med att eleverna upptäcker och skapar egna räknemetoder utan lärarens påverkningar visar att eleverna har matematisk förståelse och besitter grundläggande taluppfattning samt att de inte räknar mekaniskt. I sammanhanget nämns inga särskilda nackdelar, men ett par av informanterna uppger att räknemetoderna upptäcks främst av de elever som har ett sinne för matematik.

Jag försöker tänka att de själva ska komma på det och att man inte bara säger 'gör så' för då lär de sig bara mekaniskt tror jag. Då fattar de inte vad de gör.

Lärare C

5.2.2 Skillnader mellan elever och uppgifter

En viktig aspekt vid valet av räknemetoder beror på elevers och uppgifters olikheter. Vid beräkningar så tänker elever olika och kommer fram till olika svar vilket gör att

olika räknemetoder kan behövas.

Eftersom vi kommer fram till svaren på olika sätt för vi är olika och man måste kunna visa hur man kommer fram till svaren.

Lärare A

Uppgifterna kan skilja sig åt och vissa räknemetoder passar bättre till vissa typer av uppgifter. Sedan så kan det bero på om räknesättet är addition eller subtraktion som till exempel skriftlig huvudräkning vilket oftast är svårt i subtraktion, vilket nämnts tidigare.

I addition där så funkar det jättebra att skriva såhär, det är inget svårt utan det är när det blir subtraktion att stegen blir svåra för dem. Speciellt i subtraktion så förespråkar jag att man hoppar över det här sättet och kör algoritmer istället.

Lärare B

5.2.3 Matematikboken

Matematikboken är något som många informanter nämner som en del i varför vissa räknemetoder används. Till exempel så används endast standardalgoritmen i vissa klasser då endast den räknemetoden förekommer i matematikboken.

Vi följer matteboken och det är den vanliga algoritmen som är i den så då kör vi den.

Lärare G

Vissa informanter, som använder matematikboken som stöd i undervisningen, beskriver att ytterligare material får kompletteras då vissa räknemetoder sällan förekommer i böckerna.

Jag har visat dem algoritmer redan i tvåan i addition och förklarat men inte lagt mycket fokus. Vissa började använda det även om boken inte tog upp det utan för att jag tycker att det är bättre också. Så jag valde det tidigare än boken.

Lärare B

5.2.4 Styrdokument

Då det står i LGR11 (Skolverket, 2011) i det centrala innehållet att lärarna ska gå igenom taluppfattning och centrala metoder så är det en anledning till att räknemetoderna tas upp och bearbetas i undervisningen. Då taluppfattning är någonting som utvecklas längre fram i åldrarna så betyder det att grunderna för de skriftliga beräkningarna ska läras ut samt en räknemetod som fungerar väl. Men sedan så förklarar Lärare E ytterligare att en räknemetod inte bara kan skrivas ner utan det måste också visas hur eleven löser uppgifterna för att klara kunskapskraven.

Sen är det ju de här förmågorna. Du måste kunna redovisa hur du har tänkt annars blir du inte godkänd när du senare kommer till högstadiet och gymnasiet.

Lärare E

Positionssystemet är en del som ska läras ut och som kan göras genom standard-algoritmer enligt Lärare F. Därför används den metoden för bland annat det ändamålet.

Då var vi några stycken som på högskolan bildade nästan en liten gerillagrupp som påstod att det ena absolut inte utesluter det andra och jag hävdar bestämt att om man lär dem additionsuppställningen så är det ett ypperligt verktyg för att få dem att förstå positionssystemet.

Lärare F

Däremot så bör inte eleverna lära sig alltför avancerad matematik eller för svåra beräkningar med räknemetoderna då taluppfattningen kanske rubbas. Räkning med negativa tal och decimaltal är ett exempel på beräkningar som kan anses alltför avancerade.

Jag kan tänka mig att börjar man med så avancerad matematik i de lägre åldrarna så tror jag att man kan rubba deras taluppfattning för det är ju lite fundamentet som de har byggt upp sin taluppfattning på.

Lärare F

Då det skrevs tidigare att matematikboken kan vara stöd för vilka räknemetoder som ska behandlas i undervisningen så är det viktigt att se i läroplanen också och gå efter den vilket de flesta informanterna inflikade att de gjorde.

Ja, man väljer själv fast jag har ju läroplanen då som jag går efter men sen så brukar jag kika lite i andra matteböcker så man får med allting.

Lärare C

5.2.5 Framtiden

Den sista aspekten är att vissa räknemetoder används beroende på vad som sker senare i livet, både till nationella proven men dessutom när eleverna blir äldre. Det går inte att gissa sig fram vid uppgifter hela tiden utan eleverna måste kunna fundera kring hur de löser uppgifter, då uppgifterna försvåras vid högre årskurser. Skriftlig huvudräkning är en räknemetod som inte används i de högre årskurserna på skolan hos Lärare A. Det har visat sig att det gav en negativ effekt då skriftlig huvudräkningen var främst den räknemetoden som bearbetades i klassen. Det gjorde att läraren har ändrat inställning och lär ut standardalgoritmer också i trean.

Boken tycker om mellanled väldigt mycket men så pratade jag med någon lärare på mellanstadiet. Där kör de bara uppställningar. Så vissa som tyckte om mellanled körde det ihop för sig sen har vi fått reda på.

Lärare A

Sedan påverkas det vilken räknemetod som används beroende på de nationella proven som kommer till våren, förklarar några informanter. Lärare G säger att det är fördelaktigt att arbeta med algoritmer då begreppet 'ställ upp talet' är förekommande i proven.

Av erfarenhet så vet ju jag att det är det som nationella provet tar upp så därför bör man kunna det. För följer man den här matteboken så vet man att man har gjort det som sen kommer på nationella proven. Den andra räkningen funkar också men när det står 'ställ upp talen' så blir eleverna fundersamma för det är detta som man uttrycker som en uppställning.

Lärare G

Det förklaras bland annat av Lärare E att eleverna främst bör veta vilket räknesätt som ska användas vid beräkningen och inte endast lära sig hur räknemetoderna fungerar. Detta är viktigt då vi ofta i dagens samhälle har mobilen eller en miniräknare med oss och att eleverna förmodligen inte kommer skriva ner beräkningarna utan använda huvudräkning eller med beräkning via miniräknare när de blir äldre.

Och då ska de svara vilket räknesätt. Sen behöver du egentligen inte kunna mer för då kan du slå in det på miniräknare. Det viktigaste är att man vet vilket räknesätt man ska använda.

Lärare E

Dessutom kan vissa andra delar i matematikundervisningen läggas åt sidan om det är nödvändigt utom taluppfattningen och dess innehåll vilket är grunden för eleverna då matematikundervisning bygger vidare på det.

De svaga eleverna, där känner jag ju att vissa områden kan man bortse lite grann ifrån men taluppfattningen, det måste de ha med sig. För den bygger liksom vidare och då får man hellre till exempel låta klockan vara vid sidan om.

Lärare E

5.3 Hur bearbetas räknemetoderna

5.3.1 Först genom förkunskaper

För att eleverna ska kunna bearbeta de skriftliga räknemetoderna arbetas det inledningsvis med förkunskaperna. De förkunskaper som nämns bland informanterna är hur de jobbar med tabellträning. De flesta informanterna arbetar med tabellerna som färdighetsträning.

Vi brukar träna lite då och då. Vi har sådana här blad som de räknar. Till exempel här ska allt vara nio. Sen finns det i addition och subtraktion. Det blir lite färdighetsträning.

Lärare C

Tanken är att tabellerna ska bli automatiserade för att eleverna inte ska behöva tänka djupgående om det. Ska de tänka djupgående blir det för ansträngande när eleverna sedan ska räkna mer komplicerade beräkningar med fler talsorter.

Vi har kört tiokompisarna och det sitter hos de flesta nu... och sen har vi kört en period med addition och subtraktion med tabeller alltså att det ska sitta i huvudet så de inte behöver räkna $4+3$ utan de kan det direkt.

Lärare B

Taluppfattning bearbetar många informanter med i undervisningen då det också är en grund för att också kunna räkna med skriftliga beräkningar. Inom taluppfattningen jobbas det mycket med just positionssystemet.

Grundläggande taluppfattningen, ja den jobbar vi alltid mycket med och är viktig för eleverna.

Lärare E

5.3.2 Arbeta vid tavlan

I alla av informanternas klasser så bearbetas sedan räknemetoderna inledningsvis med en genomgång som oftast sker vid tavlan. Tanken är att bearbetningen med räknemetoderna ska ha sin utgångspunkt i att arbeta gemensamt och utveckla en diskussion.

Till exempel jag har en stapel med mynt med enkronor och tiokronor på bordet framför mig men inte med en större klass än att alla kan sitta runt omkring mig och se vad jag har på bordet. Samtidigt på whiteboarden så skriver jag algoritmen.

Lärare F

Det praktiska arbetet vid tavlan kan skilja sig markant vid informanternas beskrivning av hur de brukar göra. De flesta informanterna berättar att de som lärare förklarar om hur eleverna bör tänka. Alternativt så får eleverna förklara och diskutera om hur man bör tänka i olika beräkningar.

Gärna att de som går fram och visar så det inte bara är jag som står och skriver. Så när vi visar och de skriver så är det de själva som går fram och skriver vad de tänkte och sen tar vi det tillsammans.

Lärare A

Lärare F förklarar däremot att det kan hända att elever har kunnat göra en uträkning rätt men har tänkt fel. Det är en viktig anledning till att eleverna bör förklara hur de tänker vid genomgången. På så vis får läraren chansen att se elevernas matematikfärdigheter kring skriftliga räknemetoder och även förtydliga delar som kan anses som svårigheter.

Ofta nöjer jag mig inte med ett svar så utan att de faktiskt berättar 'hur tänkte du där?' och där kan man hitta ofta rena felsvar men ändå har råkat bli rätt svar.

Lärare F

5.3.3 Konkret material

Användning av konkret material är ett sätt som används för att synliggöra lärandet. Det vanligaste materialet är pengar då det har en stark anknytning till verkligheten.

Sen får man ju ha pengar i början och se så att de ser verkligen vad det är de gör, så att de förstår.

Lärare C

Sedan finns det andra typer av konkret material såsom olika tiobassystem vilket inkluderar klossar och kuber som alla informanter använder. Lärare F använder dessutom pinnar och stenar från naturen för att konkretisera skriftliga beräkningar, i det här fallet standarduppställningar. Konkreta material kan användas till skriftliga räknemetoder men också som stöd till att lära sig olika metoder för huvudräkning.

Det var en väldigt fin dag tidigt i höstas då bad jag barnen samla ihop valfritt antal stora stenar och små stenar och sen lade vi helt enkelt upp dem här stenarna och så jobbade vi med additionsuppställningar.

Lärare F

5.3.4 Matematikboken

Matematikbokens användning i klassrummet ser olika ut. Vissa följer boken till stor del då räknemetoderna redan finns i dem medan vissa inte följer boken lika tydligt eller inte alls.

Nu jobbar jag helt efter matteboken och då blir det att man går igenom det så.

Lärare G

Ett sätt att använda matematikboken är att ha den som stöd vid planering av undervisningen. Även de informanter som inte använder matematikboken aktivt i undervisningen använder den som planeringsstöd.

Jag är ju ny lärare så jag gör det klassiska att jag tittar på vad som står i boken vad man bör gå igenom och sen gör jag ofta på mitt egna sätt.

Lärare F

De flesta informanterna använder sig av en matematikbok. Eleverna har också var sin bok. Eleverna använder den både enskilt för egen träning och den används tillsammans i grupper, där eleverna skriver var för sig men diskuterar tillvägagångssättet tillsammans. När de jobbar i grupper så har bland annat Lärare B den i digital form också. Men sen går det inte bara att använda matematikboken i undervisningen utan annat material också påpekar ett par informanter.

De har matteböcker och jag har deras mattebok digitalt så jag kan ta upp den på den interaktiva tavlan, samma sida som eleverna och så kan vi jobba tillsammans.

Lärare B

I en klass användes det ingen matematikbok då området ändrades ofta i dem och att det kunde bli för plottrigt. Dessutom var det brist på kontroll från lärarens sida på vad eleverna verkligen lär sig i matematik som gör att läraren inte använder matematikboken längre. Istället diskuteras problem, målas och utförs andra passande uppgifter och aktiviteter. Lärare F använder däremot matematikboken i undervisningen men påpekar att det medför en viss problematik. Matematikboken blir ofta en sorts tävling mellan eleverna då de jobbar så fort de kan, men tillägger sig tillfällig kunskap som är mekanisk och utan förståelse.

När det gäller skriftliga uträkningar över huvudtaget, det är ju den här förbannelsen tävlingen i matteboken mellan eleverna. Jag vet inte hur många gånger jag har sagt till eleverna att jag struntar i om ni räknar igenom hela kapitel för har ni inte förstått vad ni gör så är det meningslöst.

Lärare F

5.3.5 Läxor

Vissa informanter påpekade läxläsningen en betydande del för undervisningen. Det viktiga är att eleverna räknar det som de kan sedan tidigare så det inte uppkommer nya typer av uppgifter. Det är till exempel bra att läxläsning sker kring standardalgoritmer då vårdnadshavarna är familjära med denna räknemetoden i motsats till skriftlig huvudräkning som de flesta inte känner igen.

Det underlättar även om det skulle vara att de behöver hjälp med någon läxa så är det ju så föräldrarna har lärt sig att räkna.

Lärare B

Däremot så kringgår Lärare F detta i till exempel kort division där de flesta föräldrarna inte lärt sig det och får då söka information om det.

Sen en svårighet det är ju till exempel att när man ger dem läxa [...] när det gäller kort division så är det få föräldrar som kan det idag för de har inte lärt sig det [...] Då brukar jag säga 'googla.'

Lärare F

5.4 Sammanfattning av resultatet

Resultaten visar tydliga tendenser på att det som informanterna bearbetar kring skriftliga räknemetoder är främst skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer men där elevers egna räknemetoder kan förekomma i vissa fall.

Anledningarna till varför räknemetoderna används är då det finns för- och nackdelar med räknemetoderna. Dessutom spelar elevernas och uppgifternas olikheter en roll för att olika räknemetoder bearbetas i undervisningen. Matematikboken är en anledning för vissa informanter att räknemetoder används samt vad som står i läroplanen. Det som kommer hända i framtiden när det gäller nationella prov och i de högre årskurserna är ännu en aspekt som många av informanterna diskuterar.

För att kunna bearbeta de skriftliga räknemetoderna arbetas det först med förkunskaper såsom tabellträning och taluppfattningen. Ofta bearbetas räknemetoderna först genom att läraren har genomgång där tavlan används och där diskussion sker. I samband med genomgången eller vid senare tillfälle så används konkreta material för att förtydliga de skriftliga räknemetoderna. Därefter bearbetas ofta räknemetoderna genom matematikboken där eleverna räknar enskilt eller tillsammans. Av dem som inte följer den lika tydligt så förekommer det andra aktiviteter. Några bearbetar räknemetoderna genom läxor då eleverna får chansen att utveckla sina grundläggande kunskaper kring de skriftliga räknemetoderna.

6 Diskussion

Kapitlet inleds med en diskussion kring metoden. Därefter diskuteras resultatet i förhållande till forskningen som skrivits i bakgrunden. Sedan kommer avslutande reflektioner och studien avrundas med förslag på vidare forskning.

6.1 Metoddiskussion

Syftet med studien var att få djupare förståelse och kunskap om hur skriftliga räknemetoder kan presenteras och arbetas med i matematikundervisningen. Det ansågs då som mest passande att genomföra kvalitativa intervjuer. Med facit i hand ses denna metoden fortfarande som den mest passande för studien, såsom oerfaren intervjuare bidrog det förmodligen till att resultaten inte fick ett mer djup kring bearbetningen av de skriftliga räknemetoderna. Ett alternativ vore att göra studien utifrån en mer strukturerad intervju då den skulle kunna utföras mera förenklat. Den svåraste delen var att veta när följdfrågorna borde ställas. Det blev lättare efter varje intervju som gjordes att avgöra detta. Däremot underlättades det att intervjuas genom provintervjun då man som intervjuare fick testa hur det är att besitta den rollen och samtidigt få feedback om sitt utförande.

Det som skulle kunna ha ändrats i den här studien vore att transkriberingarna skrevs ner mer detaljerat. Fördelen var enkelheten, det vill säga att kunna urskilja de viktigaste delarna som sedan kunde användas vid resultatet. Däremot blev det extra arbete att lyssna igenom sammanhanget och skriva om det som exakt sades då vissa delar hade mer sammanfattats och därigenom tolkades det som sades. Detta gjordes på ett fåtal ställen men ledde till extra arbete. Däremot var färgkodningen och att klippa ut till stor fördel då den här processen också gav fördelen att kunna urskilja de viktigaste delarna.

6.1.1 Etiskt förhållningssätt

Informationskravet:

De flesta fick en viss förhandsinformation, men med facit i hand så skulle jag nog gett mer detaljerad information i mailet om vad arbetet handlade om än att endast skriva att det gällde lärarnas undervisning med olika räknemetoder. Hade jag skrivit lite mer om de teman som skulle tas upp så kanske de också kunde vara mer förberedda på vad de skulle svara. Vissa informanter hade svårt att svara på varför-frågorna vilket kan bero på att de inte hunnit tänka efter själva riktigt och kan på så vis leda till bristande fördjupning i studien. Hade frågorna skickats till dem i förväg så hade det sannorlikt underlättat, men samtidigt var det osäkert kring frågorna ifall de skulle behövas justeras då provintervjun inte hade genomförts innan förfrågningarna. Däremot anser jag att studien har tillräcklig fördjupning för att svara emot dess syfte. Dessutom var tanken i början av studien att inte avslöja mer än nödvändigt då informanterna inte anpassar sina svar efter vad de tror att jag vill veta.

Samtyckeskravet:

Om samtyckeskravet har uppfyllts helt kan diskuteras då man som intervjuare frågade om några ville ställa upp. De som ställde upp var villiga, men ibland fick man känslan av att de var stressade och hade andra saker och göra. Det som skulle kunna ses som ett sorts tvång var att det fanns mer personlig anknytning till vissa informanter vilket också skulle kunna göra det svårare att neka. Däremot så förekom det inget aktivt tvång utan informanterna fick möjlighet att tacka nej till intervjun. Resultaten hade förmodligen

inte ändrats i någon större utsträckning om jag inte alls hade en viss personlig anknytning till ett par av informanterna då inga personliga eller genanta frågor ställdes.

Konfidentialitetskravet:

Konfidentialitetskravet har varit den del i metoden och vid analysen som det tänkts mest kring då det i tidigare studier har varit en akilleshäla för egen del. Det som kunde bli lite problematiskt var vid analysen då det ibland blev förvirrande och ibland glömt om vem som var vem då det gällde att hålla isär sju informanter och de olika kontexterna. Däremot var detta ett mindre problem där huvudtanken var att mer utgå från vad som sades mer än vem som sade det.

Nyttjandekravet:

Datan från intervjuerna har inte utnyttjats till något annat ändamål än i forskningssyfte i denna studie. Då informanterna fick påpekat att ändamålet endast är i forskningssyfte var detta till fördel då vissa informanter verkade mer lugna och mer bekväma med att berätta precis vad de tyckte.

6.1.2 Kvalitetskriterierna

Trovärdighet:

Trovärdighet finns i denna studien då informanterna har fått bekräftat min tolkning av deras svar. Det som skulle kunna gjorts annorlunda är att informanterna även fått gå igenom en responsvalidering på den bearbetade datan och fått sitta och läsa igenom det mer noggrant än att avgöra det vid intervjutillfället. Detta skulle kunna göras om det inte vore på grund av tidsbristen.

Pålitlighet:

Studiens syfte har korrigerats under arbetets gång vilket har lett till att delar i studien har fått ändras. Det ursprungliga syftet innebar att ställa de skriftliga räknemetoderna skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer emot varandra och att det skulle göras en jämförelse. Anledningen till detta var delvis en egen erfarenhet att dessa två räknemetoder är de som används mest. Däremot så frågades det aldrig ut av informanterna om vilka av dem som används mest utan frågade allmänt om vilka skriftliga räknemetoder som finns. Detta gjorde att studien kunde ges ett ändrat syfte utan att svaren blev ledande. Syftet byttes mot att mer allmänt handla om skriftliga räknemetoder och hur de bearbetas i undervisningen än att det ska göras en jämförelse mellan två räknemetoder.

Överförbarhet:

Då det skrivits tidigare att följdfrågor var den svåraste delen så är den delen trots allt viktig för att beskrivningarna från informanterna ska bli fylligare och mer detaljerade. Det ställdes ändå ganska många följdfrågor även om det var svårt att veta exakt när följdfrågorna skulle ställas.

Möjlighet att styrka och konfirmera:

Då det inte går att vara objektiv till fullo så gjordes det yttersta för att vara det, särskilt vid analysen och resultatet samt att inte använda ledande frågor. Det som var till fördel var att använda intervjuguiden då den kunde ge ett stöd för vad som skulle tas upp, men även redan vid konstruktionen av intervjuguiden där det tänktes på att inte använda ledande frågor. Det påminde en om att inte använda ledande frågor vid intervjutillfället. Det svåra var att vara objektiv då det gällde att tolka datan då det kunde vara lätt att bli

subjektiv. Studiens resultat har inte påverkats av subjektiviteten då jag var medveten om detta.

6.2 Resultatdiskussion

6.2.1 Vilka räknemetoder används

Skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer är de skriftliga räknemetoder som främst bearbetas. Informanterna tolkar skriftlig huvudräkning så att talsorter räknas för sig vilket Rockström (2000) förklarar är grundprincipen för räknemetoden. Det kan också ses som räknemetoden *talsortsvis beräkning* vilket Bentley (2011) skriver om.

Informanternas tolkning av standardalgoritm är av liknande beskrivning som McIntosh (2008) gör. Standardalgoritmens växling förklaras genom räknemetoden *omgruppering* vilket kan ses som att den räknemetoden används till viss del. De räknemetoder som Bentley (2011) beskriver bearbetas indirekt av vissa informanter inom de olika räknemetoderna, särskilt skriftlig huvudräkning, utom transformationsberäkningen.

Standardalgoritmer är den räknemetod som används som enda metod i vissa klasser. Detta kan medföra en problematik då den kan krocka med det som står i LGR11 (Skolverket, 2011:67) att ”eleven ska kunna välja och använda skriftliga räknemetoder”. Det kan tolkas som att det måste finnas flera olika skriftliga räknemetoder och inte endast en skriftlig räknemetod. Däremot så står det i kommentarsmaterialet (Skolverket, 2011:15) att eleverna ska använda en räknemetod som är generell till att användas i många olika situationer vilket standardalgoritmer är enligt informanterna.

Några elever använder, enligt informanterna, egna räknemetoder vilket har flera fördelar enligt Carpenter (1998). Informanterna uppger att fördelar som de upplever är att eleverna besitter förståelse och att de inte räknar mekaniskt. Informanterna uppger att dessa räknemetoder förknippas mest med huvudräkning men även skriftliga beräkningar. Detta skulle kunna kopplas till att de egna metoderna liknar de som används i skriftlig huvudräkning. Carpenter (1998) förklarar att egna räknemetoder är nära förknippade med räknemetoder i huvudräkning och skrivs oftast ned horisontellt. Tänker man utifrån Hedréns (2001) poler mellan standardalgoritm och huvudräkning så skulle egna räknemetoder och skriftlig huvudräkning hamna någonstans mitt emellan.

6.2.2 Varför används räknemetoderna

De flesta för- och nackdelar som nämns kring de olika räknemetoderna av informanterna nämns också av Rockström (2000), Löwing (2008) och Hedréns (2001). Exempel på detta är att standardalgoritmer har en tydlig struktur och följer ett mönster. Många informanter beskriver att skriftlig huvudräkning ger matematisk förståelse men kan vara ineffektiv och krånglig vilket kan kopplas till det som Rockström (2000) påpekar. Det som är mest komplicerat är att det finns en konflikt både bland informanter och forskning ifall standardalgoritmer stärker taluppfattningen eller om räknemetoden leder till bristande taluppfattning.

Det som ytterligare tas upp av informanterna är problematiken kring skriftlig huvudräkning och räknesättet subtraktion då plus-tecknet kan uppstå i mellanleden. Detta sker alltså inte i standarduppställning utan då kan problemet mer vara kring växling. Bentley (2011) skriver att vid växling så förekommer det ofta fel vilket det av informanterna är den mest frekventa svårigheten vid standardalgoritmer. Egna räknemetoder har mest fördelar då det gäller förståelse vilket Carpenter (1998) också påpekar, men informanterna menar på att det är ofta de som utmärker sig och har ett sinne för matematik som använder egna räknemetoder. Det sker alltså inte bland alla

elever.

Räknemetoder valdes beroende på elevers och uppgifters olikheter, detta kopplat till Malmer (2002) som förklarar att matematikundervisningen måste vara mer individanpassad då elever är olika, vilket vissa informanter också påpekade. Detta leder till att det behövs olika skriftliga räknemetoder. Däremot framkom det inte av informanterna om undervisningen var hastighetsindividualiserad, det vill säga om eleverna var olika gällande hastigheten av hur de räknar. Det som framkom var att eleverna är olika men inte specificerat på vilket sätt.

I kommentarmaterialet (Skolverket, 2011) skrivs det att elever ska kunna välja metod utifrån olika situationer. En situation skulle i det här fallet kunna vara en matematikuppgift. Detta kan kopplas till vad några informanter påpekade kring att räknemetoderna måste kunna varieras och väljas bland beroende på uppgifterna. Att kunna välja räknemetod utifrån situationer visar på förståelse enligt Thanheiser (2012). Det kan på så vis innebära att de som inte kan anpassa räknemetoderna efter situationen, innefattar inte förståelse.

Några informanter förklarade matematikboken som en utgångspunkt till varför vissa räknemetoder väljs vilket kan kopplas till Löwing (2008) om kommunikationen mellan elev och läromedel som anses vara den vanligaste kommunikationen i undervisningen. Anledningen till att några av informanterna hade matematikboken som utgångspunkt var att vissa räknemetoder redan fanns i matematikboken och sågs därför som mest passande att användas.

Styrdokumentet, i detta fall LGR11 (Skolverket, 2011) styr till viss del vilka räknemetoder som används. Främst används dessa som stöd för planeringen om vad som ska behandlas i undervisningen. Den del som mest tas upp av informanterna är det som står i LGR11 (Skolverket, 2011) kring taluppfattning. Till exempel är positionssystemet en viktig del att lära sig vilket kan göras genom skriftliga räknemetoder, men är dessutom en förkunskap som Hedrén (2001) beskriver. Lärare F förklarar att eleverna inte bör lära sig för svår matematik då taluppfattningen kan rubbas vilket kan vara en intressant tanke i sammanhanget. Hedrén (2011) förklarar särskilt att taluppfattningen är viktig för att senare kunna lära sig mer komplicerade beräkningar. Att bortse från taluppfattningen är inget alternativ. Lärare E förklarar att särskilt denna delen får inte tas bort då den bygger vidare på hur eleverna klarar sig senare i de högre årskurserna. Vissa mindre grundläggande delar kan däremot prioriteras ner.

Den sista aspekten handlade om framtiden vilken är nära anknuten till de andra aspekterna som nämnts tidigare. Många av informanterna diskuterade kring hur eleverna i högre årskurser arbetar kring skriftliga räknemetoder, där det ibland framkom att skriftlig huvudräkning inte fanns utan det arbetades mest med standardalgoritmer. För de elever som endast arbetar med standardalgoritmer sker det förmodligen ingen större förändring då de kommer att fortsätta att arbeta med standardalgoritmerna. Detta fenomenet kan kopplas till LGR11 (Skolverket, 2011) där det skrivs att en utveckling ska ske med fler räknemetoder, vilket förmodligen inte sker för de som använder standardalgoritmer.

En del informanter tänkte på de nationella proven som kommer senare till våren. Det förklarades att det är fördelaktigt att arbeta med standardalgoritmer då begreppet ´ställ upp talet´ förekommer i proven. Detta går inte att koppla till tidigare forskning.

Förmodligen är det för att nationella proven i årskurs 3 är relativt nytt. Däremot kan det kopplas till Löwing (2008) att eleverna kommer använda samma begrepp som läraren använder. Då kan det vara till fördel att läraren använder samma begrepp som nationella proven så eleverna inte missuppfattar vad det betyder när de utför proven.

Några anser att det finns en övertro till skriftliga räknemetoder. Lärare E är till exempel en som förklarar att det viktigaste är hur elever kan välja räknesätt för att sedan kunna räkna ut det med hjälp av till exempel miniräknare, detta med tanke på när eleverna blir äldre. Det kan kopplas till Unenge (1999) som förklarar hur ordet beräkning nedtonades i läroplanen Lpo94 då hjälpmedel som miniräknare och datorer blev mer tillgängliga i skolorna.

6.2.3 Hur bearbetas räknemetoderna

Inledningsvis bearbetades förkunskaper innan de skriftliga räknemetoderna användes. De förkunskaper som eleverna utvecklade var tabellkunskap och taluppfattning. Hedrén (2001) och McIntosh (2008) poängterar vikten av att tabellerna blir automatiserade. Hedrén (2001) förklarar vidare att det beror på människors arbetsminne och för att senare kunna utföra mer komplicerade beräkningar. Informanterna uppgav också tabellerna som viktiga och använde samma motivation som Hedrén. Bentley (2011) pratar också om tabellkunskapen som viktigt men diskuterar istället om begreppet talfakta där eleverna ska kunna använda tabellerna vid beräkningar, vilket informanterna uppger att eleverna ska kunna.

Informanterna uppger också taluppfattningen som en del för att kunna göra skriftliga beräkningar och ska arbetas med hela tiden. Hedrén (2001) framhåller också att god taluppfattning är viktig för skriftliga räknemetoder, men poängterar endast fyra av dem. Positionssystemet är en del av taluppfattningen som är viktig att bearbeta, vilket informanterna också påpekar.

Löwing (2008) påpekar att elever måste ha förkunskaper för att kunna räkna och lösa uppgifter i läromedlen. Då informanterna uppgav att de arbetar med förkunskaper så borde det inte vara några större svårigheter för eleverna att räkna i till exempel matematikboken. Huvudräkning diskuterades det inte om i någon större omfattning. Huvudräkning innefattade det som ingår i att automatisera tabellkunskapen. Då huvudräkning är en förkunskap som är av betydelse för skriftliga räknemetoder så kan dessa påverka huvudräkning enligt Whitacre (2014). Det finns alltså starka kopplingar mellan huvudräkning och skriftliga beräkningar vilka utvecklar varandra.

Genomgång vid tavlan och att diskutera utfördes i alla klasserna enligt informanterna. Det kan ses som en kommunikation som sker mellan lärare och elever där Löwing (2008) beskriver den som den viktigaste kommunikationen i undervisningen. De flesta informanterna påpekar att denna kommunikation är viktig då eleverna kan visa om de har kunskaper och förstår eller om de tänkt fel i uppgifterna.

Löwing (2008) påpekar att kommunikationen mellan elev och läromedel är den som sker mest i undervisningen. De flesta informanterna använde sig utav matematikbok i undervisningen, då eleverna kunde arbeta med räknemetoderna som fanns i den. Dessutom användes ofta matematikboken som ett stöd vid planering. Då Löwing (2008) beskriver elevernas användning av begrepp som samma som lärarna använder och att eleverna måste förstå begreppen som står i läromedel så bör lärarna på så vis använda samma begrepp. Löwing (2004) menar att det kan ske oklarheter och missförstånd om

olika begrepp används. Skulle eleven använda samma terminologi vid alla kommunikationer så uppstår sällan missförstånd. Däremot så måste terminologin vara korrekt och av samma slag som matematiker använder. Malmer (2002) belyser negativa aspekter om matematikbokens vilka ett par informanter också framhåller. Exempel på en gemensam nackdel är mellan Malmer (2002) och Lärare F som båda beskriver en form av stress eller tävling om vilken elev som hinner först men där även Lärare F förklarar att det kan innebära bristande förståelse som följd.

Malmer (2002) och Löwing (2008) förklarar att undervisningen ska utgå från konkret material (till exempel pengar), vilket de flesta informanter beskriver att de gör. Kommunikationen mellan elev och förälder kan förekomma vid inläring skriver Löwing (2008) och i studien kan det kopplas till användandet av läxor som vissa informanter uppgav som ett medel för inläring av de skriftliga räknemetoderna. Både Löwing (2008) och informanterna beskriver problemet om att föräldrarna inte riktigt besitter samma kunskaper om räknemetoder som eleverna gör, i detta fall skriftlig huvudräkningen. Det är knappast några problem när standardalgoritmer ges som läxa då majoriteten av föräldrarna lärt sig att räkna så från början. Lösningen kan vara som lärare F beskriver att föräldrarna får lära sig räknemetoden så de kan stötta eleverna vid inläringen.

6.3 Avslutande reflektioner

Syftet för studien var att få djupare förståelse och kunskap om hur skriftliga räknemetoder kan presenteras och arbetas med i matematikundervisningen. Att avgöra om studiens syfte har besvarats till fullo är svårt att avgöra då bearbetning av skriftliga räknemetoder är ett mer komplext fenomen än vad som ansågs från början. Räknemetodernas bearbetning beror delvis på vilka räknemetoder som används samt anledningarna till varför de används. Det finns många fler delar som spelar roll för hur bearbetningen sker. Det som studien främst kommer fram till är att informanterna bearbetar och tänker olika kring räknemetoderna. Det går att se vissa tendenser i processen av hur de bör bearbetas genom att arbeta med förkunskaper, genomgång och övning kring räknemetoderna. Det kan till exempel skilja om övningen av räknemetoderna ska ske genom matematikboken, läxor eller andra typer av aktiviteter.

Syftet med studien hade kunnat hamna på en djupare nivå om det ställts fler följdfrågor vid rätt tillfälle tror jag. Ett exempel är när informanterna diskuterar elevers egna räknemetoder. Där kunde det ställts fler följdfrågor om till exempel hur de uttrycker sig och kanske ta med fler möjligheter och hinder kring dem. Däremot har tillräckligt många följdfrågor ställts för att syftet ska ha uppnått djupare förståelse och kunskap om skriftliga räknemetoder.

Anledningen till varför dessa resultat är viktiga är främst för att förstå hur räknemetoderna kan bearbetas och dessutom få en inblick i om varför räknemetoderna väljs. Till exempel så kan det vara bra att veta att standardalgoritmer har en risk att leda till mekanisk räkning, vilket innebär att läraren måste fokusera kring förståelse i undervisningen. I inledning av studien anknöts det till studien TIMSS (Skolverket, 2008) och de nationella proven (Skolverket, 2013) där bland annat taluppfattning respektive räknemetoder är två delar där elever har bristande kunskaper. Det går inte att ge någon tydlig förklaring till varför detta sker i den här studien. En tanke som däremot har setts överskådligt genom studiens gång är hur vissa begrepp kan tolkas olika. Skriftlig huvudräkning är ett sådant svårfångat och komplext begrepp men är ändå till viss del självklart för informanterna. Det skulle kunna tolkas som en blandning av

begreppen skriftliga beräkningar och huvudräkning. Begreppet algoritm kändes också som ett svårt begrepp då det kan betyda olika saker beroende på hur det tolkas inom forskningen, men av lärarna som undervisar 1-3 så var det självklart att det är samma sak som uppställning. Det skulle kunna vara ett tecken på någon form av glapp mellan forskningen och skolväsendet eller att det finns en allmän förvirring. På så vis är det till fördel att göra en studie som handlar om skriftliga räknemetoder för att kunna diskutera denna typ av problematik.

6.4 Vidare forskningsområde

Att mer forskning behövs inom området känns som en självklarhet då studien har lett till en del svar men också fler funderingar. En idé vore att göra en djupare studie kring läromedlen och jämföra vilka räknemetoder som verkligen används och hur det är tänkt att de ska bearbetas. En annan tanke är att göra en djupare observationsstudie om hur läraren verkligen arbetar samt studera hur eleverna arbetar med de olika räknemetoderna. Dessutom hade det varit intressant att jämföra hur räknemetoderna används i årskurserna 1-3 i jämförelse med de högre årskurserna då det måste finnas en progression inom taluppfattningen. Det som hade varit mest intressant vore att undersöka vidare kring elevernas egna räknemetoder. Det kan däremot vara svårt att utföra dessa typer av studier inom ramen för ett examensarbete med tanke på tidsaspekten.

Referenser

- Bentley, Per Olof & Bentley, Christine (2011). "Det beror på hur man räknar!": matematikdidaktik för grundlärare. Stockholm: Liber.
- Bryman, Alan (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Malmö: Liber
- Carpenter, Thomas P. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in Children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (1): 3-20
- Hedré, Rolf (2001). Räkning i skolan i dag och i morgon. I: Grevholm, Barbro (red.), *Matematikdidaktik: ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur
- Kalla Fakta (2014). *Den stora felräkningen* [TV-program]. Stockholm: TV4
- Kommentarmaterial till kursplanen i matematik* (2011). Stockholm: Skolverket
- Kvale, Steinar & Brinkmann, Svend (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur
- Lantz, Annika (2013). *Intervjumethodik*. Lund: Studentlitteratur
- Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (2011). Stockholm: Skolverket
- Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Diss. Göteborg: Univ., 2004
- Löwing, Madeleine (2006). *Matematikundervisningens dilemman: hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur
- Löwing, Madeleine (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur
- McIntosh, Alistair (2008). *Förstå och använda tal: en handbok*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet
- Nationella prov i årskurs 3 våren 2013* (2013). Stockholm: Skolverket
- Rockström, Birgitta (1991). Skriftlig huvudräkning. I: Emanuelsson, Göran (red.), *Tal och räkning*. 2. Lund: Studentlitteratur
- Rockström, Birgitta (2000). *Skriftlig huvudräkning: metodbok*. Stockholm: Bonnier utbildning
- Thanheiser, Eva (2012). Understanding multidigit whole numbers: The role of knowledge components, connections, and context in understanding regrouping 3+-digit numbers. *The journal of mathematical behavior* 31 (2): 220-234

TIMSS 2007: Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv (2008). Stockholm: Skolverket

Trost, Jan (2010). *kvalitativa intervjuer*. Lund: Studentlitteratur

Unenge, Jan (1999). *Skolmatematiken i går, i dag och i morgon: -med mina ögon sett*. Stockholm: Natur och kultur

Vetenskapsrådet (2006). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Elanders Gotab.

Whitacre, Ian (2014). Strategy ranges: describing change in prospective elementary teachers' approaches to mental computation of sums and differences. *Journal of Mathematics Teacher Education* 21. DOI: 10.1007/s10857-014-9281-8.

Bilagor

Bilaga A Intervjuguide

Forskningsfråga 1

Känner du att ni har behandlat eller håller på att behandla ”tal och taluppfattning” ur det centrala innehållet i undervisningen?

När eleverna ska skriva beräkningar i addition, ser du någon trend i hur de brukar skriva och komma fram till summan?

Om jag säger skriftliga räknemetoder, vad tänker du på då?

Forskningsfråga 2

På vilket sätt har ni jobbat med det i klassrummet? Ge gärna konkreta exempel som du tänker på, t.ex. arbetsområde, lektion.

På vilket sätt arbetar ni så eleverna får förståelse och lär sig med räknemetoderna? Är det något som ni tänker på då?

Forskningsfråga 3

Vilka möjligheter och svårigheter ser du med de olika räknemetoderna?

Bilaga B Formellt mail

Hejsan N.N!

Mitt namn är Linda Engqvist och läser sista året som grundskolelärare med inriktning F-3 på Linnéuniversitetet. Jag har påbörjat ett examensarbete där syftet handlar om hur lärare undervisar olika räknemetoder i matematik.

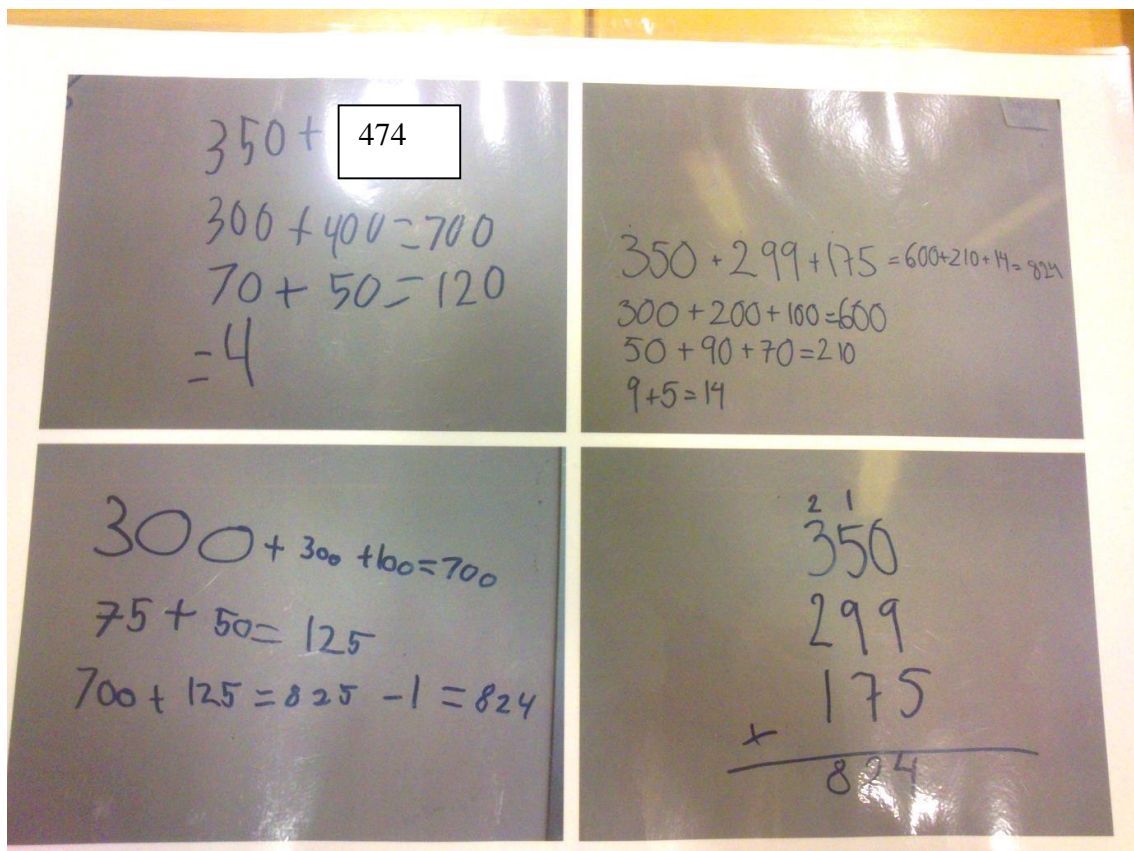
För att genomföra undersökningen samt för att resultaten ska bli trovärdiga har jag valt att intervjua aktiva lärare i årskurs 3. Intervjun kommer att vara anonym och endast användas i forskningssyfte.

Jag skulle vara oerhört tacksam om du har möjlighet att undvara en timme och delta i en givande intervju. Under vecka 49 och 50 har jag varje dag till förfogande utom tisdagen den 9/12. För att göra det så smidigt som möjligt skulle du kunna skicka förslag på tider som passar dig bäst.

Har du ytterligare frågor så finns jag via mail, Li*****@gmail.com eller telefonnumret: 07*****4.

Tusen Tack på förhand!
Linda Engqvist

Bilaga C Sammanställning av räknemetoder



Talet 474 har skrivits dit på grund av att blänket gjorde det oläsligt.